
La mesure de divergence des diagrammes de récurrence comme indicateur de chaos. Applications à des systèmes conservatifs.

Jerome Daquin*¹

¹Centre de Physique Theorique – , Université de Toulon – France

Résumé

La classification des orbites régulières et des orbites chaotiques a catalysé une vaste littérature en raison de son importance dans de nombreux domaines, allant de l'architecture des systèmes planétaires à la dynamique des fluides ou à la physique des plasmas, pour n'en citer que quelques-uns. Plusieurs méthodes bien établies de détection du chaos reposent sur des indicateurs déduits de la dynamique du vecteur tangent, tels que l'indicateur de Lyapunov rapide (Fast Lyapunov Indicator) ou l'indice d'alignement minimal (Smaller Alignment Index), entre autres.

Le potentiel des diagrammes de récurrence (*recurrence plots*, RPs, introduit par J.-P. Eckmann, 1987), ainsi que de leurs mesures quantitatives associées issues de l'analyse de quantification des récurrences (*recurrence quantification analysis*), demeurent largement inexplorés dans le contexte des dynamiques conservatives. Dans le développement de la littérature sur les RPs, la mesure de divergence (DIV), liée à l'inverse de la longueur diagonale maximale, a été considérée comme un indicateur du comportement chaotique. Elle se base exclusivement sur des propriétés de récurrence de la trajectoire. Cette contribution vise à évaluer l'efficacité pratique de la mesure DIV en tant qu'indicateur de chaos.

Nous présentons une comparaison approfondie de la mesure DIV avec l'indicateur de Lyapunov rapide, fondée sur des explorations numériques de la standard map, un modèle discret paradigmatique du chaos hamiltonien. En examinant un grand ensemble d'orbites conjointement avec le paramètre de non-linéarité, nous comparons les performances des deux métriques à travers une variété de régimes dynamiques dans l'espace de phase original. Les propriétés de convergence de la mesure DIV seront ensuite révélées – dans l'espace de phase original, mais aussi en adoptant une perspective de séries temporelles (en partant de la connaissance d'une observable) et également après reconstruction de l'espace des phases. En particulier, nous révélons des lois de puissance avec des exposants distincts sur la composante régulière et chaotique.

Bien que les longueurs d'orbite considérées dans notre étude ne soient pas particulièrement " courtes ", nous soulignons que le nombre d'itérations n'est pas non plus excessivement élevé. Plus précisément, nous évaluons les performances de DIV comme indicateur de chaos à l'aide de RPs calculés à partir de 500 et 1 000 points. Cette approche constitue une étape vers de potentielles applications de la méthodologie dans des contextes réels.

Ce travail est réalisé en collaboration avec Dr Tamás Kovács, Université Eötvös Loránd et est basé sur <https://arxiv.org/pdf/2510.19042>.

*Intervenant