
Etude du collage chez l'application standard : de quel aléatoire le chaos est-il le nom ?

Simon Rouvet*¹

¹CPT - E7 Systèmes dynamiques : théories et applications – Centre de Physique Théorique - UMR
7332 – France

Résumé

L'application standard est un modèle archétypal des Systèmes Dynamiques (1). On la retrouve dans des contextes physiques variés tels que: l'interaction onde-particule, la stabilité d'une chaîne d'atomes, le chaos de trajectoires, etc... C'est un système Hamiltonien à 1,5 degrés de liberté qui possède une littérature très renseignée.

Pour une certaine gamme de valeurs du paramètre de contrôle, l'espace des phases est dit complexe: il y a coexistence d'îlots de stabilité et d'une mer chaotique. Dans ce cas, partant d'une condition initiale dans le cœur de la mer chaotique, la trajectoire sera piégée pendant de "nombreuses" itérations sur le pourtour d'un îlot avant de retourner dans la mer chaotique et de débiter un nouveau cycle. On appelle ce phénomène le "collage" (2). Chez l'application standard, les zones de collage se situent dans des fractales (3). En effet, chaque îlot de stabilité possède un archipel de sous-îlots qui eux-même possèdent leur propre sous-archipel, etc... Ceci décrit une structures de type Cantor.

On se propose de caractériser le collage (lieu de collage, intensité, etc...) en s'appuyant sur l'analyse de moyennes temporelles (4). Si le système est effectivement ergodique alors les distributions de ces moyennes temporelles doivent converger vers un Dirac centré en la moyenne spatiale. Cependant, on a observé qu'à temps finis les distributions révèlent des pics très localisés qui sont la signature des zones de collage. De plus, il se trouve que la structure fractale rejaillit sur la disposition de ces "pics de collage": à chaque étage de la fractale est associé un sous-pic de collage. Ceci motive la définition d'un "spectre de collage" dont l'étude de ses "niveaux" nous renseigne sur le transport à l'intérieur des zones de collage.

Nos résultats montrent que les systèmes Hamiltoniens seraient capables d'effets de mémoire forts à "courts termes" mais invisibles à la limite thermodynamique. Ceci suggère peut-être une refonte de la Physique Statistique traditionnelle qui prenne en compte des phénomènes transitoires dont l'influence sur la dynamique reste très forte.

References:

- (1) B.V. Chirikov, Universal instability of many-dimensional oscillator systems, *Physics Reports*, vol. 52, p.263-379 (1979).
- (2) G. M. Zaslavsky, *The Physics of Chaos in Hamiltonian Systems*, Imperial College Press, second edition,(2007).
- (3) G. M. Zaslavsky, Chaotic Dynamics and the Origin of Statistical Laws, *Physics Today*, vol. 52, p. 39-45 (1999)
- (4). X. Leoncini ; C. Chandre ; O. Ourrad, Ergodicité, collage et transport anormal, *Comptes Rendus Mécanique*, vol. 336, p. 530-535 (2008).

*Intervenant